

TESTE DE MODELOS MATEMÁTICOS PARA O AJUSTE DA RELAÇÃO HIPSOMÉTRICA EM DIFERENTES SÍTIOS E IDADES PARA PLANTAÇÕES DE *Pinus elliottii* NO ESTADO DO PARANÁ.

Sebastião A. Machado

Engº Florestal, M.Sc., Ph.D. Profº Titular do Curso de

Simone Faraco Basso

Engº Florestal, ex-bolsista de Aperfeiçoamento do CNPq.

Vitor G. Bevilacqua Jr.

Engº Florestal, ex-bolsista de Iniciação Científica do CNPq.

RESUMO

A presente pesquisa objetivou testar vários modelos matemáticos para o ajuste de curvas de altura sobre diâmetro, bem como estudar os efeitos do sítio em diferentes idades sobre esta relação para plantações de *Pinus elliottii* Engelm no Estado do Paraná. Os dados provieram de medições de diâmetro e altura de árvores em 106 parcelas de 20 x 30 m, distribuídas nas principais regiões florestais do Paraná, com idades variando de 4 a 29 anos, cobrindo todas as classes de sítio, coletados durante a realização de vários trabalhos de inventário florestal. Dez modelos matemáticos foram ajustados aos dados por classe de sítio dentro das classes de idade. Escolheu-se então o melhor modelo para o traçado gráfico das curvas de altura sobre diâmetro à alturas do peito para cada classe de sítio isoladamente e após, independentemente para cada sítio dentro dos grupos de idade. O teste de comparação de médias de Duncan indicou que o sítio exerce efeito moderado sobre a relação hipsométrica, sendo significativo apenas entre classes de sítio mais afastadas.

Palavras Chave: Relação Hipsométrica, *Pinus elliottii*, Modelos Matemáticos, Efeito do Sítio.

ABSTRACT

The objectives of this research were to test several mathematical models to fit the height - diameter curve, as well as, to study the effects of site and ages on this relationship. The data set came from measurements of DBH and heights of trees from 106 plots with dimensions of 20 x 30 m, located in the main forestry regions of the State of Paraná, with ages ranging from 4 to 29 years old covering all site classes. Ten models were fitted to the data by site classes within the age classes. The best resulting equations were selected for constructing the height - diameter curves for each site class. The Duncan teste for comparison of means detected a slight effect of site on the hipsometric curve.

Key words: Height - Diameter Curve, Mathematical Models, Effects of Site, *Pinus elliottii*.

1. INTRODUÇÃO

Pinus elliottii é uma das espécies mais utilizadas para o reflorestamento feito em larga escala a partir de 1967 nos estados do sul do Brasil.

É freqüente e comum em inventários florestais, medir os diâmetros de todas as árvores das parcelas e as alturas apenas de parte delas. O conjunto dos dados de alturas das árvores medidas, com os respectivos diâmetros, é então usado para estabelecer uma relação de regressão da altura sobre diâmetro, a qual será usada para estimar as alturas das demais árvores da parcela em função dos diâmetros já medidos. O uso destas equações hipsométricas tem sido muito fre-

quente, tornando o inventário florestal mais econômico e muitas vezes tão preciso e acurado, quanto ao realizado através da medição da altura de todas as árvores da parcela.

Desde TROREY (1932), a relação de modelos matemáticos para ajustar a curva de altura sobre diâmetro tem sido intensificada constantemente. Listas de modelos matemáticos usados para o ajuste da relação hipsométrica podem ser encontradas em várias publicações, tais como as de PRODAN (1965), CURTIS (1967), LOETSCH et alli (1973), GIURGHU (1979), CARDOSO (1989), FINGER (1992), ARABATZIS & BURKHART (1992).

O sítio, expressando toda a capacidade produtiva de um terreno florestal, exerce influência sobre a curva de relação hipsométrica. CARDOSO (1989) analisando este fator, verificou que houve efeito significativo do sítio, somente sobre o coeficiente de interseção dentro da maioria das classes de idade de plantações de *Pinus taeda* no Paraná. Resultados semelhantes foram encontrados por SCHMIDT (1977) para a mesma espécie na região de Guarapuava, Paraná.

A idade também exerce marcante influência sobre a curva de altura - diâmetro, bem como sobre o quociente h/d, conforme reconhecida e descrita por vários autores, tais como: PRODAN (1965), CURTIS (1967), LOETSCH et alli (1973), GIURGHU (1979), CARDOSO (1989), BLANCO JORGE (1982) e muitos outros.

Nesta pesquisa procurou-se orientar esforços no sentido de avançar conhecimentos sobre a relação hipsométrica para plantações de *Pinus elliottii* no estado do Paraná.

2. MATERIAL E MÉTODOS

Os dados utilizados na presente pesquisa provieram da medição de diâmetros e alturas de árvores em 106 parcelas de 20 x 30 m, distribuídas no estado do Paraná cobrindo idades de 4 a 29 anos e sítios de I a V. Em cada parcela aleatoriamente localizada em talhões de *Pinus elliottii*, foram medidos os diâmetros de todas as árvores e alturas das primeiras 25 a 30.

A Tabela 1 apresenta a distribuição do número de parcelas medidas dentro de cada grupo de idade e classe de sítio. Is1

Ao observar a Tabela 1, verifica-se que os dados não são bem distribuídos por sítio e por idade. As classes de sítio extremas estão mal representadas. Além do mais encontrou-se parcelas com mesmas idades e que receberam tratamentos diferenciados. Por isso algumas delas foram descartadas após análises prévias, para se evitar efeitos colaterais devido à intervenções diferenciadas, tais como misturar dados de parcelas com 8 anos que já sofreram desbastes com outras que ainda não tenham sido desbastadas, o que certamente causaria heterogeneidade artificial dos dados.

Os modelos matemáticos relacionados a seguir foram ajustados principalmente para cada classe de sítio e posteriormente por classe de sítio dentro dos grupos de idade, separadamente.

$$(1) \ln h = b_0 + b_1 1/d$$

$$(2) \ln h = b_0 + b_1 d^2$$

$$(3) \ln h = b_0 + b_1 1/d + b_2 1/d^2$$

$$(4) \ln h = b_0 + b_1 \ln d$$

$$(5) h = b_0 + b_1 \ln d$$

$$(6) h = b_0 + b_1 1/d$$

$$(7) h = b_0 + b_1 d^2$$

$$(8) h = b_0 + b_1 1/d + b_2 1/d^2$$

$$(9) h = b_0 + b_1 d + b_2 d^2$$

$$(10) d^2/h = b_0 + b_1 d + b_2 d^2$$

Os critérios para a escolha do melhor modelo foram através do erro padrão da estimativa homogeneizado para porcentagem (Syx%), coeficiente de determinação múltiplo (R²), e análise de resíduos. O melhor modelo foi então usado para a estimativa de alturas médias por classe de diâmetro e posterior traçado dos gráficos e comparação de médias através do teste de Duncan.

TABELA 1 - NÚMERO DE PARCELAS MEDIDAS POR IDADE E CLASSE DE SÍTIO

IDADE	CLASSE DE SÍTIO				
	I	II	III	IV	V
4	-	-	-	2	-
5	-	-	-	1	2
6	-	-	-	2	-
7	1	-	-	4	2
8	-	-	7	3	2
9	-	2	4	1	-
10 *	-	2	1	3	1
11 *	-	4	4	4	-
12 *	-	-	3	2	-
12 **	1	1	1	1	-
13	-	1	-	5	-
14	-	3	7	7	-
20	-	-	1	-	-
21	-	-	1	3	-
23	1	-	2	1	-
25	-	1	2	2	-
28	-	2	2	2	-
29	-	-	2	-	-

* sem o primeiro desbaste

** sem o segundo desbaste

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os modelos de 1 a 10 foram ajustados separadamente para cada uma das cinco classes de sítio propostas por SCOLFORO & MACHADO (1988).

A Tabela 2, apresenta os resultados apenas para o sítio I independente da idade. Tabelas semelhantes foram elaboradas para os demais sítios, não sendo relacionados neste trabalho devido à limitação de espaço.

Analisando todos os resultados verificou-se que o modelo 10 de Prodan, apresentou maiores valores de R² para todos os casos, com exceção do sítio IV e menores erros padrões em porcentagem para todas as classes. Estatisticamente em termos de ajuste e precisão, o modelo de Prodan foi seguido em ordem decrescente de bondade pelo modelo parabólico (9), o de Henricksen (5) e o de Stofells (4). No entanto, a análise de resíduos indicou que os modelos envolvendo termos ao quadrado apresentam-se tendenciosos, notadamente nas duas extremidades da linha estimativa. Ao contrário um modelo mais simples como o de Henricksen, seguido do de Stofells, embora com pior ajuste e precisão, se conformaram melhor aos dados, não apresentando tendenciosidade em toda a extensão da linha estimativa, sendo então escolhido o modelo de Henricksen para o traçado da Figura 1.

Analisando-se as tabelas de saída dos sítios I a V, verificou-se que o R² variou de 0,28 a 0,95 e o Syx em porcentagem de 14 a 37 %, com maioria dos valores se situando em torno de 15 a 20 %, numa clara indicação de que os erros são altos.

As equações resultantes do modelo 5, ajustados separadamente para cada sítio, foram usadas para a estimativa de alturas em função de diâmetros e posterior construção das curvas da Figura 1. Pode-se observar através desta Figura que há uma tendência crescente das linhas do pior para o melhor sítio. É nítida também a situação de que a linha é mais íngreme em sítios bons do que nos mais pobres, exceto para o sítio III que destoou da sequência esperada, sem nenhuma ex-

TABELA 2 - COEFICIENTES E PRINCIPAIS ESTATÍSTICAS PARA TODAS AS IDADES DA CLASSE DE SÍTIO IV.

Modelo	COEFICIENTES	R ²	Syx	Syx%	F
1	b ₀ = 3,232120 b ₁ = -12,845240	0,7304	0,2801	32,33	2975,73
2	b ₀ = 1,796020 b ₁ = 0,001403	0,6730	0,3162	37,19	2259,69
3	b ₀ = 3,797840 b ₁ = -28,600700 b ₂ = 83,584000	0,8040	0,2449	27,75	2248,09
4	b ₀ = -0,535310 b ₁ = 1,028010	0,8070	0,2449	27,75	4594,70
5	b ₀ = -18,207200 b ₁ = 10,772500	0,7250	3,1622	25,39	2893,74
6	b ₀ = 20,757006 b ₁ = -126,750102	0,5816	3,8587	30,98	1527,00
7	b ₀ = 5,597800 b ₁ = 0,016173	0,7320	3,1622	25,39	2996,52
8	b ₀ = 30,003700 b ₁ = -384,270000 b ₂ = 1366,160000	0,7420	3,0000	24,08	1578,16
9	b ₀ = -0,879400 b ₁ = 0,744460 b ₂ = -0,001972	0,7720	2,8284	22,71	1854,80
10	b ₀ = 2,689000 b ₁ = 1,389100 b ₂ = 0,003340	0,7470	6,9282	22,68	1622,69

plicação lógica. O teste de comparação de médias de Duncan revelou a existência de diferenças significativas entre as classes de sítio mais afastadas.

4. ANÁLISE DO FATOR SÍTIO POR GRUPO DE IDADE

Os mesmos modelos testados na fase anterior foram ajustados para cada grupo de idade dentro das classes de sítio onde haviam dados. Por exemplo a Tabela 3 apresenta os coeficientes e principais estatísticas para as 10 equações ajustadas para o grupo de idade de 4 e 5 anos dentro da classe de sítio IV. Como neste caso os 10 modelos foram também ajustados para todas as combinações cujas existências de dados permitiam, gerando posteriormente as curvas constantes nas Figuras 2, 3 e 4.

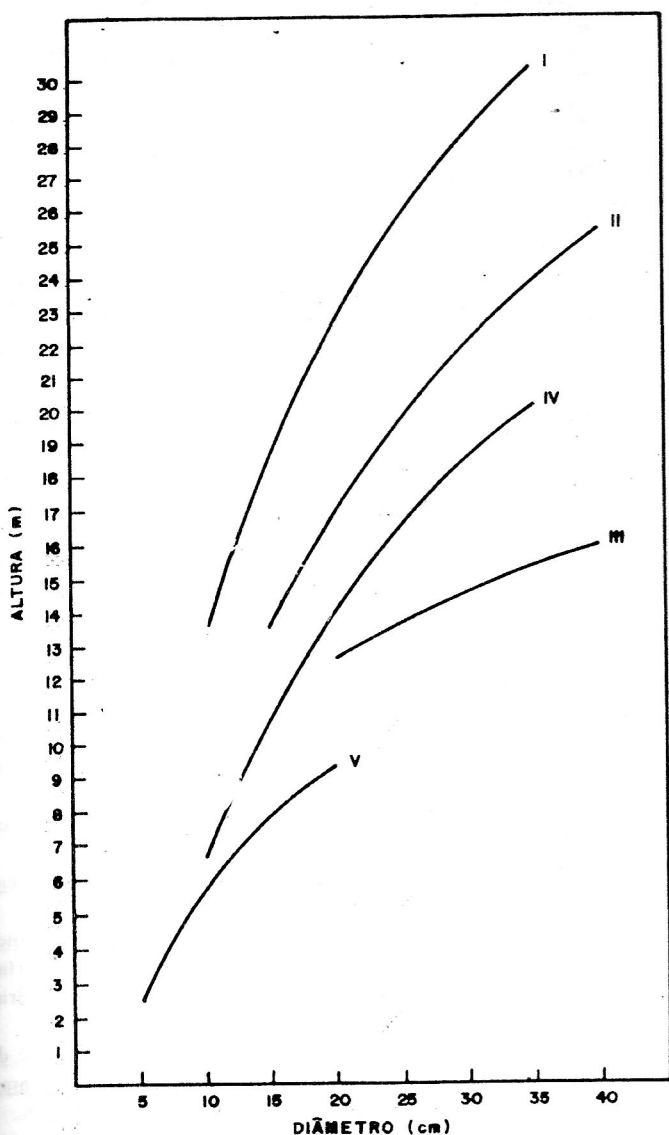


FIGURA 1 - COMPORTAMENTO DAS LINHAS DE REGRESSÃO POR CLASSE DE SÍTIO, OBTIDAS COM O MODELO DE HENRICKSEN (5).

As Figuras 2, 3 e 4, mostram claramente a comparação gráfica entre idades, dentro de cada sítio. Estas figuras foram construídas separadamente para evitar muitas superposições de linhas, o que causaria confusão visual.

5. CONCLUSÕES

Os parâmetros estatísticos R^2 e Syx das equações hipsométricas melhoraram sensivelmente se, estratificar os dados por idade dentro de cada sítio. Isto implica dizer que é conveniente e recomendável ajustar equações hipsométricas a nível de unidade amostral em inventários florestais, ou então desenvolver equações genéricas incluindo variáveis independentes que especifiquem características do povoamento, tais como altura dominante, idade, densidade.

A comparação de médias e principalmente a confrontação gráfica entre curvas hipsométricas revelaram a existência de diferenças significativas entre sítios para dados não estratificados por idade. Estas diferenças reduziram-se após a estratificação restando apenas o efeito da idade.

TABELA 3 - COEFICIENTES E PRINCIPAIS ESTATÍSTICAS PARA O GRUPO DE IDADE DE 4 E 5 ANOS DENTRO DA CLASSE DE SÍTIO IV.

Modelo	COEFICIENTES	R^2	Syx	$Syx\%$	F
1	$b_0 = 2,064136$ $b_1 = -4,120736$	0,6660	0,1141	12,09	50,86
2	$b_0 = 1,218975$ $b_1 = 0,004088$	0,70210,1077	11,38	59,92	
3	$b_0 = 2,6134490,6997$ $b_1 = -12,575688$ $b_2 = 30,055434$	0,1082		11,43	30,12
4	$b_0 = 0,361300$ $b_1 = 0,560970$	0,7010	0,1079	11,40	59,62
5	$b_0 = -0,652343$ $b_1 = 2,570994$	0,7118	0,4823	10,61	62,76
6	$b_0 = 7,124623$ $b_1 = -18,687632$	0,6613	0,5228	11,50	49,82
7	$b_0 = 3,254224$ $b_1 = 0,019096$	0,7421	0,4563	10,04	72,94
8	$b_0 = 10,420970$ $b_1 = -69,424625$ $b_2 = 180,358491$	0,7304	0,4665	10,26	34,86
9	$b_0 = 2,843089$ $b_1 = 0,104076$ $b_2 = 0,013044$	0,7320	0,4652	10,23	35,13
10	$b_0 = -5,284544$ $b_1 = 2,405280$ $b_2 = 0,004888$	0,9556	1,2789	9,13	269,99

Comparando-se os resultados constantes na Tabela 2, com os da Tabela 3, verificou-se que os R^2 não sofreram grandes mudanças ao se agrupar os dados por idade, porém os $Syx\%$ reduziram-se sensivelmente. Resultados idênticos foram observados para as demais combinações testadas. Na maioria das combinações sítio - idade os erros percentuais se situaram abaixo de 10% para todos os 10 modelos testados.

Nesta fase de análises também se verificou através da distribuição dos resíduos que as equações provenientes do modelo 5 de Henricksen foram as que de um modo geral, melhor se conformaram aos dados e portanto foram usados para a estimativa das alturas para a construção das linhas de regressão constantes nas Figuras 2, 3 e 4. Devido à limitação de espaço, não há como discutir com maior clareza estas figuras, nas quais o número arábico significa a idade e o número romano a classe de sítio. No entanto pode-se dizer que a tendência das linhas de um modo geral está dentro do esperado e em conformidade com o mencionado por outros autores, tais como, PRODAN (1965), CURTIS (1967), LOETSCH et alii (1972), GIURGIU (1979) e CARDOSO (1989).

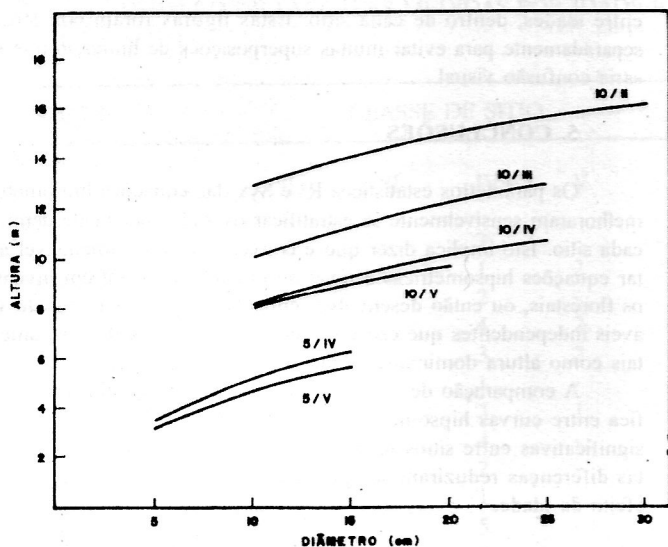


FIGURA 2 - COMPORTAMENTO DAS LINHAS DE REGRESSÃO POR CLASSE DE SÍTIO PARA AS IDADES 5 E 10 ANOS, OBTIDAS COM O MODELO DE HENRICKSEN (5).

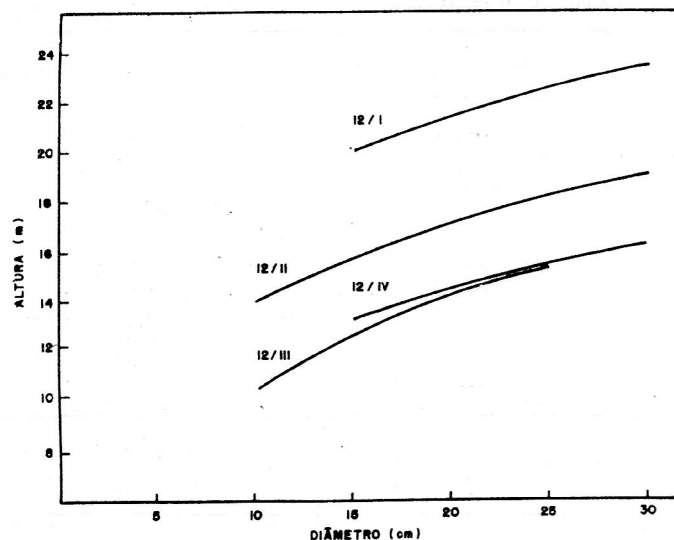


FIGURA 3 - COMPORTAMENTO DAS LINHAS DE REGRESSÃO POR CLASSE DE SÍTIO PARA A IDADE 12 ANOS, OBTIDAS COM O MODELO DE HENRICKSEN (5).

6. LITERATURA CITADA

BLANCO JORGE, L.A. 1984 Equação de relação hipsométrica para povoamentos de *Pinus elliottii* Engelm na Floresta Nacional de Três Barras, S.C., Brasil Florestal, (56): 41-7.

CARDOSO, D.J. 1989 Avaliação da influência dos fatores sítio, idade, densidade e posição sociológica na relação hipsométrica para *Pinus taeda* nas regiões central e sudoeste do Estado do Paraná. Curitiba Pr. Universidade Federal do Paraná. Dissertação de Mestrado, 115 p..

CURTIS, R.O. 1967 Height - diameter and height - diameter age equations for second growth Douglas - fir. Forest Science (13) 4: 365-75.

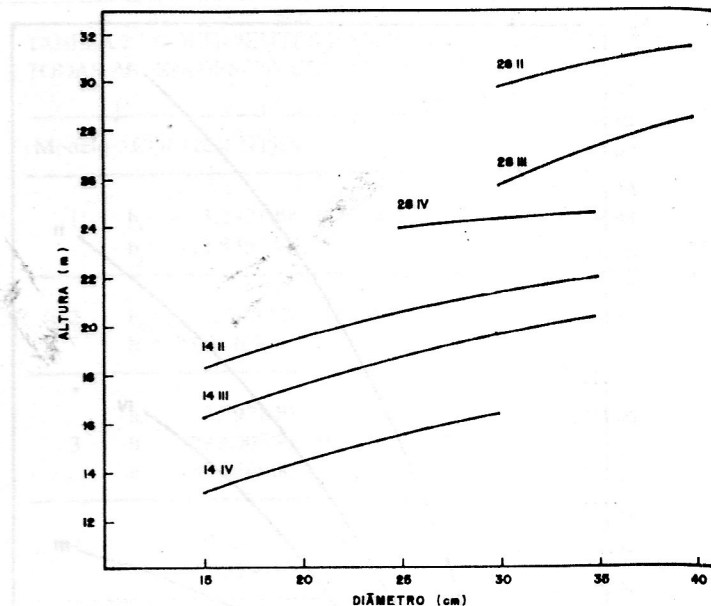


FIGURA 4 - COMPORTAMENTO DAS LINHAS DE REGRESSÃO POR CLASSE DE SÍTIO PARA AS IDADES 14 E 28 ANOS, OBTIDAS COM O MODELO DE HENRICKSEN (5).

FINGER, C.A.G. 1992 Fundamentos de Biometria Florestal. Santa Maria. Universidade Federal de Santa Maria. CEPEF-FATEC. 69 p..

GIURGIO V. 1979 Dendrometrie. Editora Agrosilvica. Bucarest - Romenia. 481 p..

LOETSCH, F., ZOHNER, F., HALLER, K.E. 1973 Forest Inventory. Munchen BLV. V.2. 469 p..

SCHMIDT, P.B. 1977 Determinação indireta da relação hipsométrica para povoamentos de *Pinus taeda* L. Curitiba. Dissertação. Mestrado em Engenharia Florestal. Universidade Federal do Paraná. 102 p..

SCOLFORO, J.R.S., MACHADO, S.A. 1988 Curvas de índice de sítio para plantações de *Pinus elliottii* nos Estados do Paraná e Santa Catarina. Floresta. Curitiba, V.18 (1 - 2): 140 - 158..

TROREY, L.G. 1932 A mathematical method for construction of diameter - height curves based on site. Forest CHRONICLE, V.8 (2): 121 - 132.